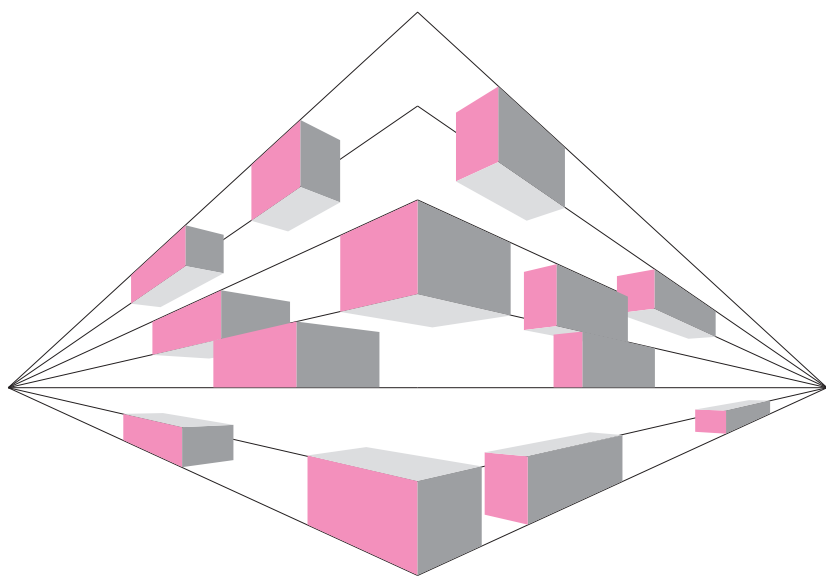


日本の在庫を減らそう 実用ARIMA



2014年11月
特定非営利活動法人 ビュー・コミュニケーションズ

日本の在庫を減らそう 実用ARIMA ビュー・コミュニケーションズ編

第 I 部 課題と解決法

1. 主要企業の国際競争力？
2. 在庫論、発想の転換を
3. 在庫削減率70%の実用ARIMA
4. 実例～黒いバナナとビニール傘

第 II 部 技術・理論概説

1. 実用ARIMAの系譜
2. 実用ARIMAの概要
 - (1) 波の方程式
 - (2) ホワイトノイズ
 - (3) 誤差制御法

第 I 部 課題と解決法

I-1 主要企業の国際競争力？

日本の主力企業の国際競争力を調べてみました。[図表I-1]、[図表I-2]は、主な業界における日本と海外の売上上位3社の営業利益率と在庫月数を比べたものです。結果は、日本は海外に対し、営業利益率1/3、在庫5割増しとなっていました。とても国際競争力があるようには見えません。また、在庫が低いと利益率が高いという相関も伺えます。

この様な状況の背景を推定すると[図表I-2]、のように「何らかの日本的構造が、高い在庫水準、低い営業利益率という結果を生み出している」のではないのでしょうか。

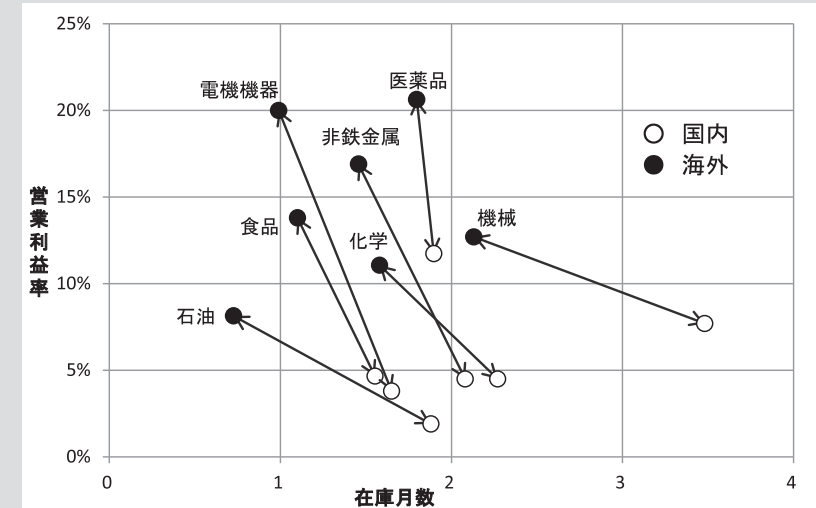
もし構造要因があるのであれば、事態改善（国際競争力向上）のためには、通常の努力では難しく、需要予測、在庫管理に関する新技術（実用ARIMA）の導入が不可欠と思われます。

（注）実用ARIMAとは従来のARIMAモデルを大きく実用進化させ、誤差制御法と合わせた、予測・誤差制御統合技術を表わします。

尚、ARIMAモデルとは、時系列解析のための自己回帰（Auto Regressive）移動平均（Moving Average）統合（Integration）モデルです。

[図表I-1]

営業利益率、在庫月数 国際比較

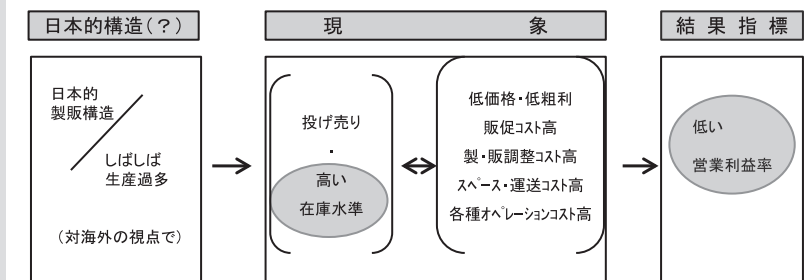


各業界、売上上位3社の営業利益率、在庫月数（棚卸資産、Inventory／平均月売上）の平均値

出所)国内:各社決算短信(2013年12月)、海外:各社AnnualReport(2013年12月)をもとに作成

[図表I-2]

日本的構造が原因か？



出所)ビュー・コミュニケーションズ作成

前節では、日本的構造を在庫高水準の犯人に見立てましたが、ここでは技術的視点で考えてみます。実は、従来の在庫に関する考えは、多くの点で疑わしいものでした。

(1) 効率化に関する発想転換

企業体幹とも言える生産（仕入）と販売のバランスが崩れることで在庫が高水準になっている訳ですが、販売見込み精度を上げよう（予測精度を高める）、生産効率を高めようといった個々の努力はなされてきたはずですが、しかし、予測精度には限界があること（予測は必ずハズれる、後述ホワイトノイズ）、生産（投入、産出）効率向上には産出所与の仮定があることから、在庫水準につき十分な結果が得られてこなかったと思われます。

ここで発想の転換をしてみましょう。

販売－生産（仕入）＝誤差と見ると、販売見込み精度や生産効率を個々に求めるのではなく、誤差を最小化すると発想します。

誤差を最小化すると考え、誤差とは何かを追求していきます。この発想を技術的に具体化したのが実用ARIMA（詳細は第Ⅱ部参照）です。

[図表I-3]

在庫変調論を越えて

- ✓ 毎月正確な在庫把握ができている？
- ✓ 在庫は投資？
- ✓ 適正在庫は販売のバラつき（標準偏差）で決められる？

⋮



在庫は川の流れのようなもので（フロー量）、つかまえるのが大変困難です。
多くの論調は、在庫をストックとして認識していたり、標準偏差の理解不足など非科学的で疑わしいものとなっています。



在庫は、売上（フロー量）と生産・仕入（フロー量）の時々刻々の差を積み上げたもので、それ自身、時々刻々変化するものです。
本小冊子では、このややこしい問題を科学的に解明した実用ARIMAの基礎理論をなるべく平易に解説しています。

出所）ビュー・コミュニケーションズ作成

(2) 時点在庫からの発想転換

[図表I-4]は、実際のある製品の在庫推移を1年間追いかけたグラフです。この会社では月末在庫(時点在庫)を把握しており、比較的安定的に推移し期末になると少し変動するのが在庫との認識を持っていました。ご覧の通りこの認識が誤りであることは明白です。このような在庫変動への対応を考えますと、まずは在庫の時系データを捉え、一定期間(ex1年、3ヶ月、1ヶ月)における平均在庫を計算し、その値をいかにコントロールするか工夫するという手順になるでしょう。ただし、平均在庫の概念は簡単そうですが、実は少しやっかいです。[図表I-5]を参考にして下さい。

生産(仕入)－販売＝純在庫、

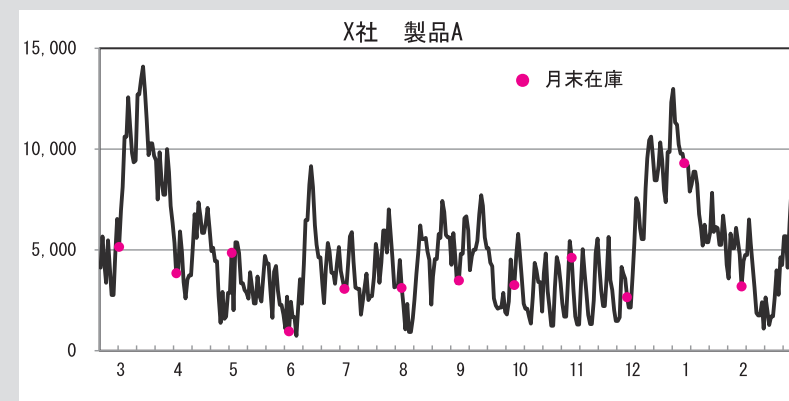
純在庫の累積＝時点在庫、

時点在庫累積÷期間＝平均在庫

となり、時点在庫ではなく平均在庫をターゲットとしていかに引き下げ可能かを考えなければならないのです。ここで前述(1)の誤差(純在庫)に注目していただくと、予測・誤差制御技術である実用ARIMAのねらいが少しご理解いただけたかと思います。

[図表I-4]

在庫 月次変動 (X社 A製品)



出所)ビュー・コミュニケーションズ作成

[図表I-5]

時点在庫 と 平均在庫

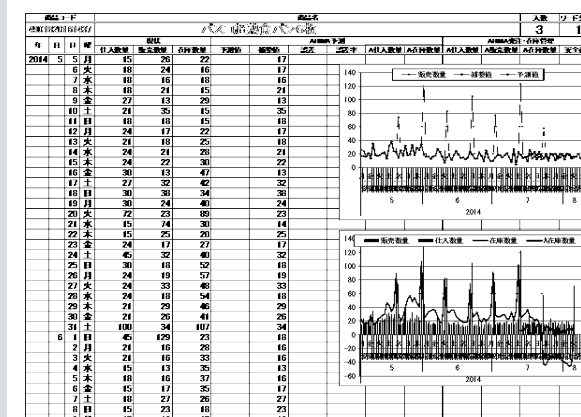
時点	生産(仕入)	販売	純在庫	時点在庫(初期在庫 d_0)	
1	y_1	x_1	$y_1 - x_1 = d_1$	$d_0 + d_1$	
2	y_2	x_2	$y_2 - x_2 = d_2$	$d_0 + d_1 + d_2$	時点在庫 $D = d_0 + \sum d_i$
3	y_3	x_3	$y_3 - x_3 = d_3$	$d_0 + d_1 + d_2 + d_3$	平均在庫 $\bar{D} = d_0 + \frac{1}{n} \sum d_i$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	(期間:n)
n	y_n	x_n	$y_n - x_n = d_n$	$d_0 + d_1 + d_2 + \dots + d_n$	

注) 平均在庫式はやや複雑な形ですが、各時点在庫が純在庫分(d)だけ変化することに起因しているからです(図表I-4のように大きく変動するのが通例)。

出所)ビュー・コミュニケーションズ作成

[図表I-6]

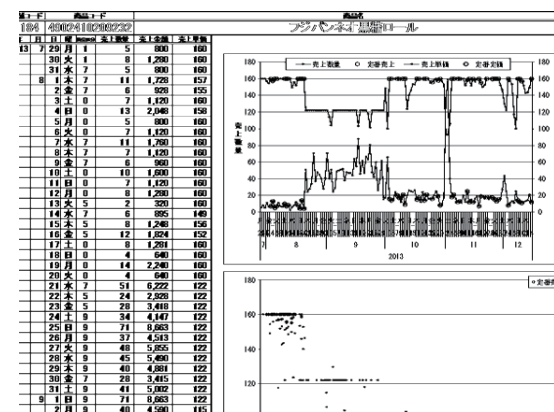
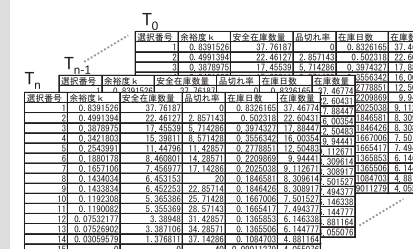
実用ARIMAでの可視化例

ターゲットアイテム
時系列監視

(3) 時系列データの可視化という発想

時間の流れは見えませんが、時系列データを解析する目的は、一定期間における人々の協働作業や投入資源の生産性を高める(効率化する)ことにあります。しかし、時系列データを無視(or忘れる)し、瞬間的(or横断面的)判断により、しばしば誤った結論を導いてしまいがちです。人間の特性として(脳の情報処理メカニズム)、過去の情報の多くを忘れるようにプログラムされているそうです。つまり時系列で物事を捉えるのが苦手なのだそうです。例えば、ご自身の過去1ヶ月間の日々の行動を、頭の中で動画として再生してみてください。再生は極めて困難ではないでしょうか。前述の在庫の時系列データのように、グラフに書いて初めてわかるといった類のものが非常に多く存在します。[図表I-6]

実用ARIMAはこの時系列解析を実行する(時系列に潜む規則、不規則を解析、可視化、合目的に出力)技術という側面を持っております。

時系列
価格決定支援安全在庫時系列
監視

注) 必要に応じて、見えない時の流れに対して、各種図表で可視化監視を可能としています。

出所) ビュー・コミュニケーションズ作成

当法人では、この2~3年数多くの実証ARIMAの実証実験を行ってきました。

その結果は例外なく実用ARIMAは現状在庫を大きく引き下げる（平均70%程度:理論値）というものでした。生産材メーカー、消費材メーカー、流通小売の各分野で商品、製品アイテムの具体例を[図表I-7]に示しておきました。

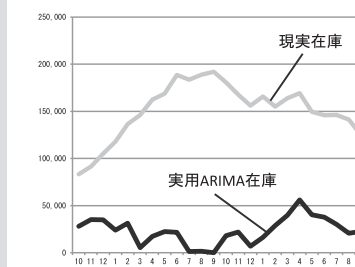
ご覧の通り、議論するまでもない結果が示されています。

尚、実証実験は[図表I-8]の、実証ARIMA標準モジュールを適用して行われたものです。

[図表I-7]

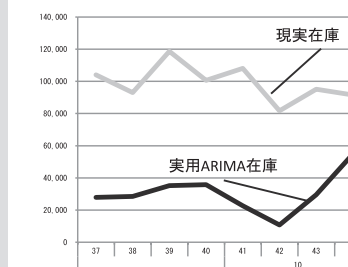
実用ARIMA 実証実験 在庫削減事例

①高機能セラミック 84.5%削減



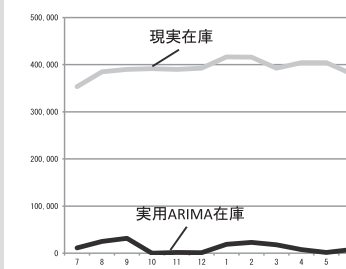
・実施時期:2013年11月 ・リードタイム:6ヶ月
・24ヶ月月次逐次更新予測

②電子部品 69.0%削減



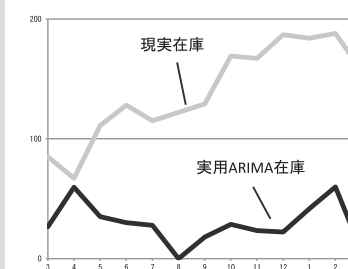
・実施時期:2012年7月 ・リードタイム:3週間
・8週間週次逐次更新予測

③ホリプロピレン 96.8%削減



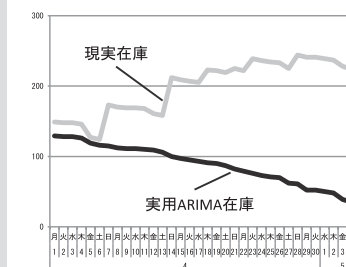
・実施時期:2013年10月 ・リードタイム:1ヶ月
・12ヶ月月次逐次更新予測

④精密機器 79.6%削減



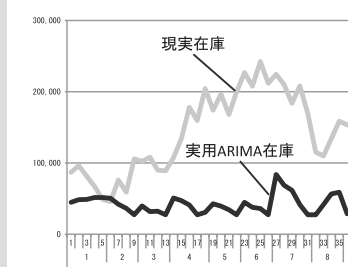
・実施時期:2013年9月 ・リードタイム:1ヶ月
・12ヶ月月次逐次更新予測

⑤冷凍食品 57.2%削減



・実施時期:2013年5月 ・リードタイム:2日
・35日間日次逐次更新予測

⑥飲料 70.0%削減

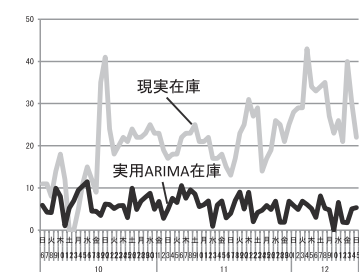


・実施時期:2012年11月 ・リードタイム:2週
・38週間週次逐次更新予測

[図表I-7 つづき]

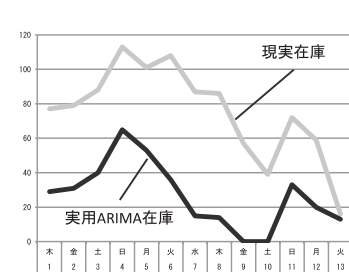
実用ARIMA 実証実験 在庫削減事例

⑦パン 73.5%削減



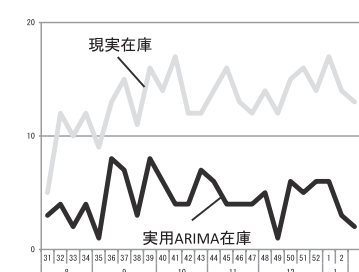
・実施時期: 2014年2月 ・リードタイム: 1日
・24週間逐次更新予測

⑧納豆 60.1%削減



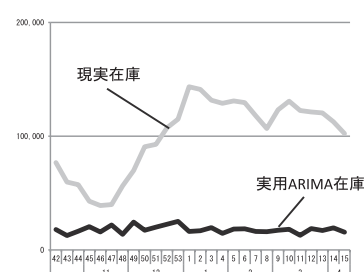
・実施時期: 2013年5月 ・リードタイム: 1日
・13日間日次逐次更新予測

⑨スポーツ用品 65.9%削減



・実施時期: 2014年3月 ・リードタイム: 1週間
・24週間逐次更新予測

⑩木材 82.3%削減



・実施時期: 2013年5月 ・リードタイム: 1週間
・26週間逐次更新予測

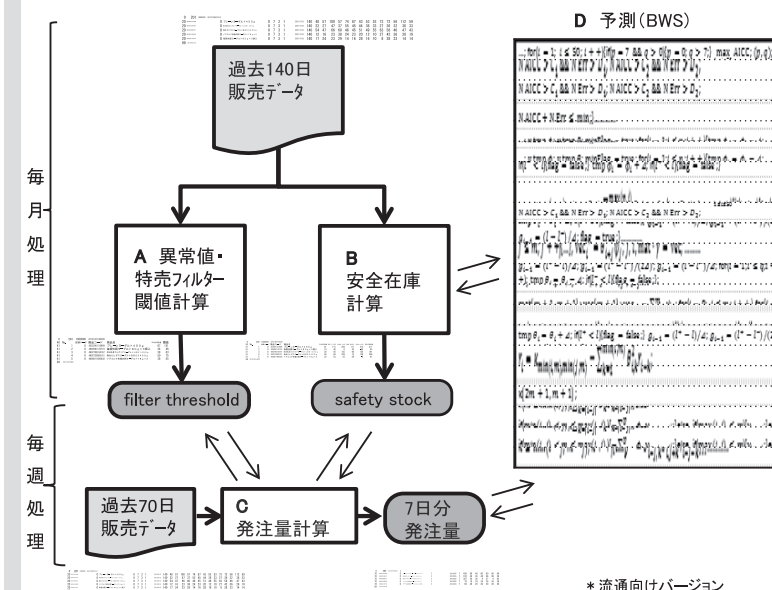
注) 発注・生産・在庫計算シミュレーション結果です(理論的可能値)。実務上は在庫の余裕度等を加味しますので約50%程度の削減が現実目標となると考えられます。
尚、ARIMA在庫は欠品0を前提に計算されたものです。

出所)ビュー・コミュニケーションズ実証実験結果(2011年～2014年)より作成

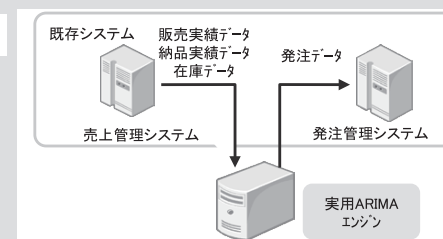
[図表I-8]

実用ARIMA標準モジュール

基本フロー図 インプット 処理モジュール アウトプット



実装イメージ



注)・今やコンピュータの進化もあり、簡単・高速・大量・高精度の結果(専門家要らずで、ちょっとしたPCで5～10万アイテムを1～2時間で処理)が出るようになりました。
・実用ARIMAは完全自動を志向したモジュールですが、特殊販売・特別状況(自然災害・大きな制度変更、etc.)のケースは人的対応を想定しています。尚、膨大なアイテムに対する安全在庫運用・監視について充分コントロールに構築できるよう工夫されています。
・特殊な要望を除き、現場適用に必要なカスタマイズ項目(数百項目)も標準化されており、短期間(3～4ヶ月)での実運用が可能となっております。
・実用ARIMAは既に特許となっております。

出所)ビュー・コミュニケーションズ作成

ここでは、在庫削減に関する興味深い実例を2つ紹介します。

1. 黒いバナナ～ ある食品スーパーで実際にあった事例です。

(1) 図表I-9はこのスーパー第100番店の、バナナの販売数量を1ヶ月程度示したものです。

2013年6/13～6/19の1週間の日々の販売数量を予測してみてください。

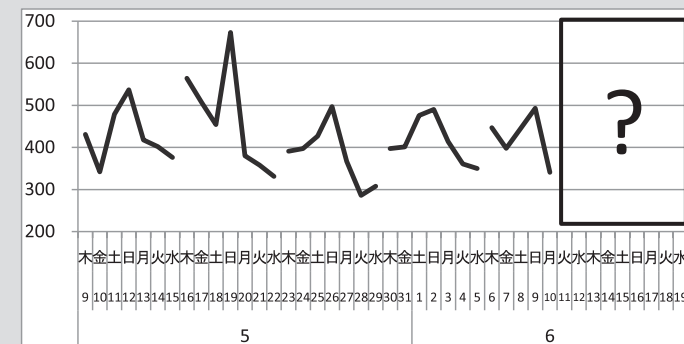


売場写真

[図表I-9]

バナナ(100番店) 日次販売量

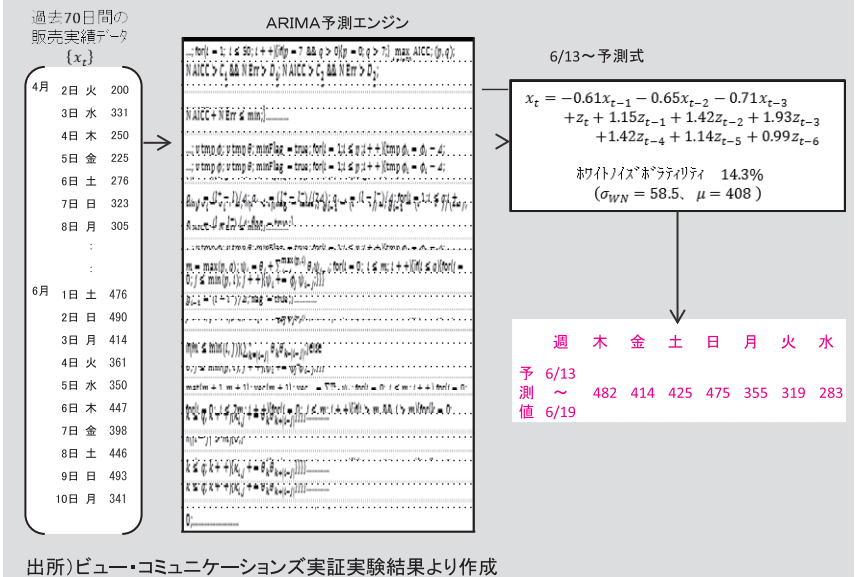
週	木	金	土	日	月	火	水	週合計
5/9 ～5/15	431	342	479	537	418	402	376	2,985
5/16～5/22	564	507	454	673	380	358	331	3,267
5/23～5/29	391	397	427	497	367	286	308	2,673
5/30～6/5	397	401	476	490	414	361	350	2,889
6/6 ～6/12	447	398	446	493	341	▲現在		
6/13～6/19								
曜日平均	446	409	456	538	384	346	338	2,918



出所)ビュー・コミュニケーションズ実証実験結果より作成

[図表I-10]

実用ARIMAで予測してみました



(2) いかがでしたか。予測に自信はおありでしょうか………?

ここで、実用ARIMAを用いて予測してみます。

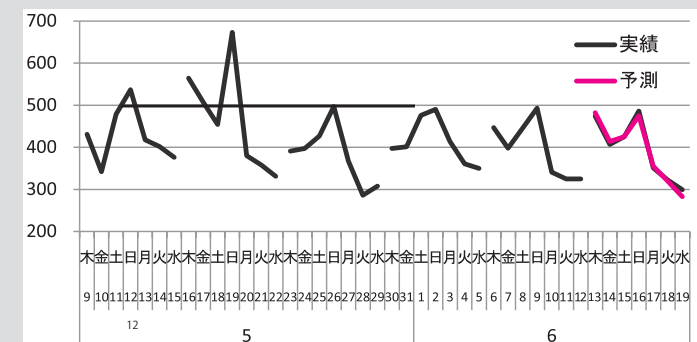
実用ARIMAに投入するデータは、2013年4/2～6/10の過去70日の販売実績データのみです。予測結果は、[図表I-10]に示されています。

後日判明した結果(販売実績数量)と比べてみました。1週間合計で予測値2,753、実績値2,764、誤差率-0.4%となり、やや出来過ぎのケースですが、見事に予測がはまりました[図表I-11]。

[図表I-11]

後日判明した予測と実績

週	木	金	土	日	月	火	水	週合計	誤差	%	週平均
予測値 6/13～6/19	482	414	425	475	355	319	283	2,753	-11	-0.4%	393
実績値 6/13～6/19	474	407	425	486	351	322	299	2,764			395



出所) ビュー・コミュニケーションズ実証実験結果より作成

(3) さて、実用ARIMAを用いて同じスーパーの別の店(第30番店)で同じような予測を行ってみました。(過去の販売実績データは[図表I-12])実用ARIMAの予測結果は一見するとそれなりの結果をはじき出しているように思われます。

第100番店と同様に後日判明した販売実績と比べてみました。[図表I-13]にあるように、今度は予測が大きくハズれ、予測に失敗したと思われました。

(4) 何か変だということになり、売り場の担当者に当該週の状況を詳しく聞いてみました。

第30番店の6/13～6/19の納品に大量の品質劣化(黒いバナナ)が含まれており、その分だけ売り上げが落ちていたと判明しました。[図表I-13]の●●●の部分にほぼ該当していました。実用ARIMAを担当した人から「実用ARIMAの精度は、やはりスゴイ」という声が出ました。

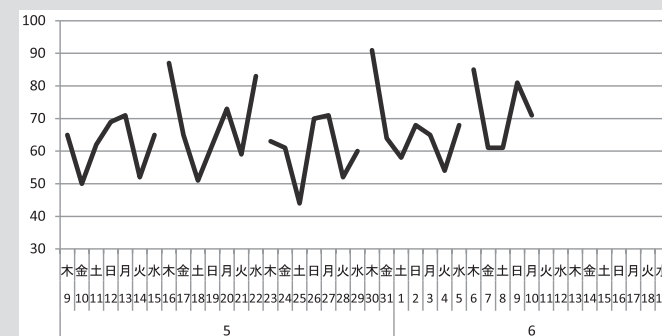
ここまでですと、実用ARIMAの予測精度は高いという話で終わってしまいます。

「実は、核心部分はこれからです。」

[図表I-12]

バナナ(30番店) 日次販売量

週	木	金	土	日	月	火	水	週合計
5/9～5/15	65	50	62	69	71	52	65	434
5/16～5/22	87	65	51	62	73	59	83	480
5/23～5/29	63	61	44	70	71	52	60	421
5/30～6/5	91	64	58	68	65	54	68	468
6/6～6/12	85	61	61	81	71	69	64	492
6/13～6/19								
曜日平均	78	60	55	70	70	57	68	459



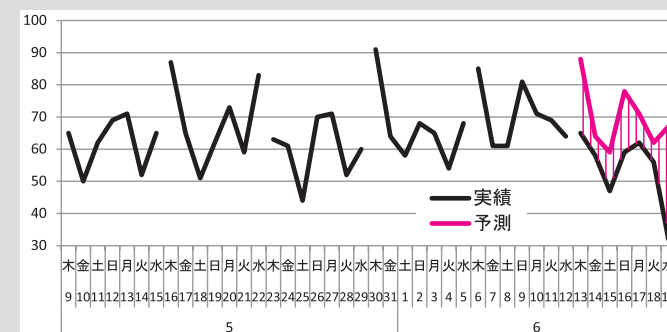
出所)ビュー・コミュニケーションズ実証実験結果より作成

[図表I-13]

大きな予測ギャップ

・実用ARIMA予測は、前週合計値468に対し489と増加の予測をしていました・・・

週	木	金	土	日	月	火	水	週合計	誤差	%	週平均
予測値 6/13～6/19	88	64	59	78	71	62	67	489	110	29.0%	70
実績値 6/13～6/19	65	58	47	59	62	56	32	379			54



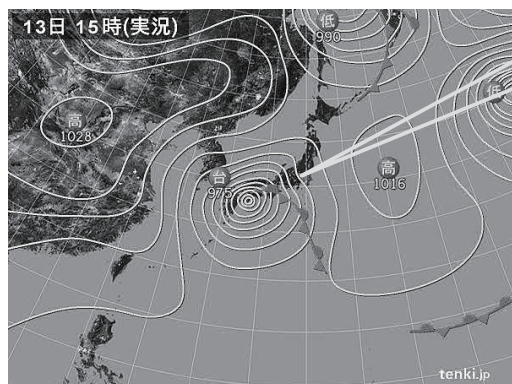
出所)ビュー・コミュニケーションズ実証実験結果より作成

2. ビニール傘の仕入れにこだわる石部金吉店長～ これも実際のコンビニであった事例です。

(1) [図表I-14]は石部金吉店長(神奈川県某所コンビニ)が実行したビニール傘の仕入れ、販売数量と地域天気を表わしたものです。この間の仕入、販売、在庫の推移をグラフにしたものが[図表I-15]です。このグラフから、店舗には常に十分(?)な在庫を保ち、お客様に突然の雨でも不便をかけないようにしようとする石部金吉店長の姿勢が伺えます。

データをよく見ると、一定の在庫を保つように、売れた分だけ仕入れる(補充法)というオペレーションを律儀に行った結果だということがわかります。(例えば、12/28、29に72、10と販売したので12/30に計82仕入を実行している)

天候写真



[図表I-14]

ビニール傘 天気、仕入・販売

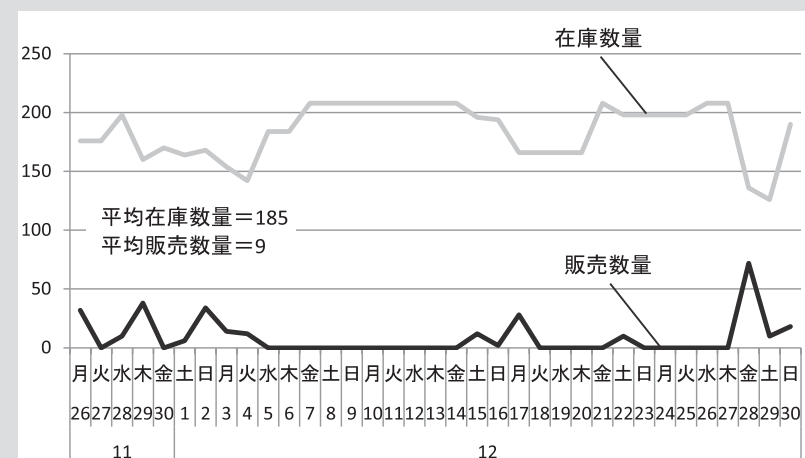
月日	天気	販売量	仕入量	備考
11 26月	☀	32	0	
27火	☀	0	0	
28水	☀	10	32	
29木	☀	38	0	19時～22時に広範囲で降雨
30金	☀	0	10	
12 1土	☀	6	0	
2日	☀	34	38	
3月	☀	14	0	
4火	☀	12	0	8時～9時にやや強い降雨
5水	☀	0	42	
6木	☀	0	0	
7金	☀	0	24	
8土	☀	0	0	
9日	☀	0	0	
10月	☀	0	0	
11火	☀	0	0	
12水	☀	0	0	
13木	☀	0	0	

月日	天気	販売量	仕入量	備考
12 14金	☀	0	0	
15土	☀	12	0	
16日	☀	2	0	
17月	☀	28	0	
18火	☀	0	0	
19水	☀	0	0	
20木	☀	0	0	
21金	☀	0	42	
22土	☀	10	0	8時～12時にやや強い降雨
23日	☀	0	0	
24月	☀	0	0	
25火	☀	0	0	
26水	☀	0	10	
27木	☀	0	0	
28金	☀	72	0	16時～17時、21時～ 激しい通り雨
29土	☀	10	0	0時～1時 前日からの雨
30日	☔	18	82	

出所)ビュー・コミュニケーションズ実証実験結果より作成

[図表I-15]

ビニール傘 販売・在庫の推移



出所)ビュー・コミュニケーションズ実証実験結果より作成

(2) 実用ARIMAを用いて、11/26(月)～12/30(日) (35日間)の週次逐次更新予測[図表I-16]を行ってみました。

[図表I-17]にあるように、予測は全く失敗しています。売れる時(天候悪化時)に売れない、売れないとき(晴天)に売れるという予測傾向を示しています。

ちなみに、ホワイトノイズボラティリティ*を調べると196%もありました。

つまりビニール傘販売量は全くの不規則変動(ホワイトノイズ)であり予測不能ということでした。

前述のバナナでは予測精度が高かったですが、ビニール傘のケースでは予測失敗という両極端な結果が得られたことになります。

膨大なアイテム(数十万アイテム)にわたる私達の実証実験結果から、予測精度については可能な限りベストなモデルを組んだとしても、ホワイトノイズ(予測失敗)から高精度予測まで場合が分かれることがわかっています。(分野によって多少違いますが、ホワイトノイズのケースは30～40%程度存在しています)。

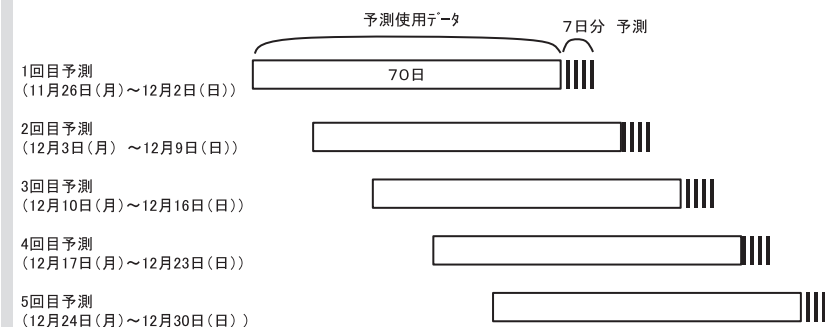
さて、この事例の本题はここからです。

*予測誤差標準偏差÷平均販売量(%)

[図表I-16]

ビニール傘 週次逐次更新予測(全5回)

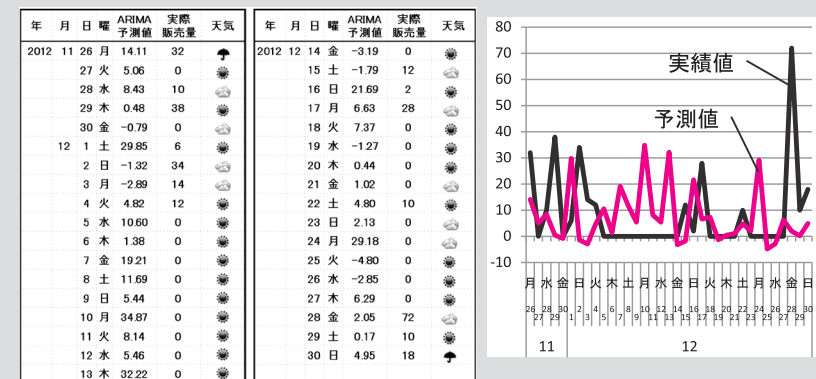
過去70日分のビニール傘の販売実績を用いて、1週間分(日曜日～月曜日)の販売量を全5回予測しました。



出所)ビュー・コミュニケーションズ実証実験結果より作成

[図表I-17]

大きく外れた予測結果



出所)ビュー・コミュニケーションズ実証実験結果より作成

(3)ここで、予測失敗と考えられる予測値を用いて、ビニール傘の発注・在庫計算をしてみましょう。[図表I-18]

発注計算において、予測誤差調整を加味している点に注意してください。

結果をまとめると、11/26(月)～12/30(日)(35日間)の実用ARIMA合計発注量=286、合計販売量=298、平均在庫=78となりました。

不思議なことに、予測に失敗した実用ARIMAの方が、石部金吉店長のオペレーションの結果(平均在庫185)よりも圧倒的に効率が高いことが示されました(両者いずれも品切れ=0の状態を維持している)。[図表I-19]

何故このような結果が示されたかは、実は偶然ではなく、実用ARIMAの必然的帰結であります。(詳細は第II部誤差制御を参照してください。現行の適正在庫の考え方が誤っており、それを実用ARIMAが是正することを説明してあります)。

[図表I-18]

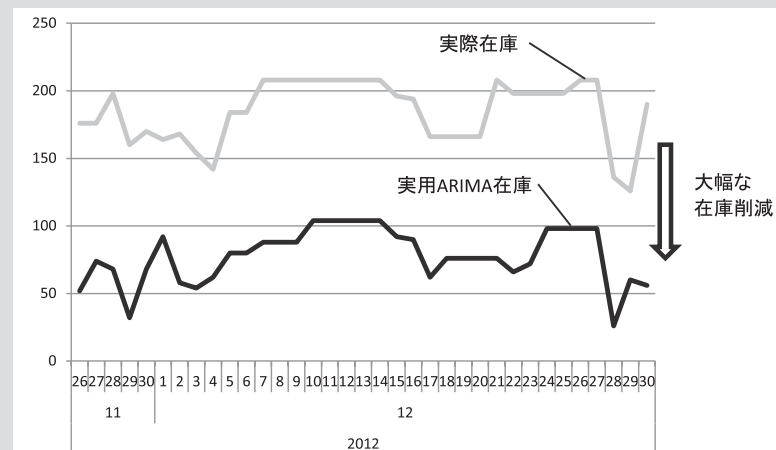
実用ARIMA予測を用いた発注在庫計算

年	月	日	曜日	A ARIMA予測量	B 実際販売量	C 誤差 (A-B)	C' 調整仕入量 (-C')	D ARIMA仕入量 (A+C')	E 在庫数量 (前日在庫+D-B)	初期在庫 =安全在庫 =68
2012	11	26	月	16	32	-16		16	52	
	27	火		6	0	6	16	22	74	
	28	水		10	10	0	-6	4	68	
	29	木		2	38	-36	0	2	32	
	30	金		0	0	0	36	36	68	
	12	1	土	30	6	24	0	30	92	
	2	日		0	34	-34	-24	0	58	
	3	月		0	14	-14	10	10	54	
	4	火		6	12	-6	14	20	62	
	5	水		12	0	12	6	18	80	
	6	木		2	0	2	-12	0	80	
	7	金		20	0	20	-12	8	88	
	8	土		12	0	12	-20	0	88	
	9	日		6	0	6	-20	0	88	
	10	月		36	0	36	-20	16	104	
	11	火		18	0	18	-36	0	104	
	12	水		6	0	6	-36	0	104	
	13	木		34	0	34	-36	0	104	
	14	金		0	0	0	-36	0	104	
	15	土		0	12	-12	-36	0	92	
	16	日		22	2	20	-24	0	90	
	17	月		8	28	-20	-22	0	62	
	18	火		8	0	8	6	14	76	
	19	水		0	0	0	-8	0	76	
	20	木		2	0	2	-8	0	76	
	21	金		2	0	2	-8	0	76	
	22	土		6	10	-4	-8	0	66	
	23	日		4	0	4	2	6	72	
	24	月		30	0	30	-4	26	98	
	25	火		0	0	0	-30	0	98	
	26	水		0	0	0	-30	0	98	
	27	木		8	0	8	-30	0	98	
	28	金		4	72	-68	-30	0	26	
	29	土		2	10	-8	42	44	60	
	30	日		6	18	-12	8	14	56	
合計				318	298	20		286	2,724	
平均									78	

出所)ビュー・コミュニケーションズ実証実験結果より作成

[図表I-19]

大幅在庫削減可能という結果



出所)ビュー・コミュニケーションズ実証実験結果より作成

3. これら2事例を通して、実用ARIMAの特徴をまとめると、次の様に言えるでしょう。

「実用ARIMAは、総じて考えうるモデルの中で予測精度の高いものが選ばれている。

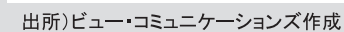
しかし、必ずしも予測精度No. 1のモデルとは限らない。

予測誤差を最適に制御して、所定期間の平均在庫を最も小さくする（在庫最小化）モデルと方法が選ばれ、それらが自動演算されるべく数理ロジックとしてプログラム化されている。」

第Ⅱ部 技術・理論概説

実用ARIMAの基礎となっている最新のARIMAモデル(AK2)をこの発展系譜図表に示しておきました。

需要予測理論と数学・物理学の発展



2. 実用ARIMAへの流れ

(1) 周波数分析に代わり離散型データを扱う方法として、1970年代にボックス・ジェンキンスによって提示され、今では数理統計分野において十分確率された理論になっているのがARIMAモデルです。

ARIMAはAuto Regressive (自己回帰)、Moving Average (移動平均)、Integration (統合) の造語です。

しかし、このモデル(2000年前後にこれをもとにした各種ソフトウェアが出されていますが…)は実用では使えませんでした。様々な問題(注)があったからです。これらの問題を解決したのが実用ARIMAで、世界最先端の実用技術となっています。

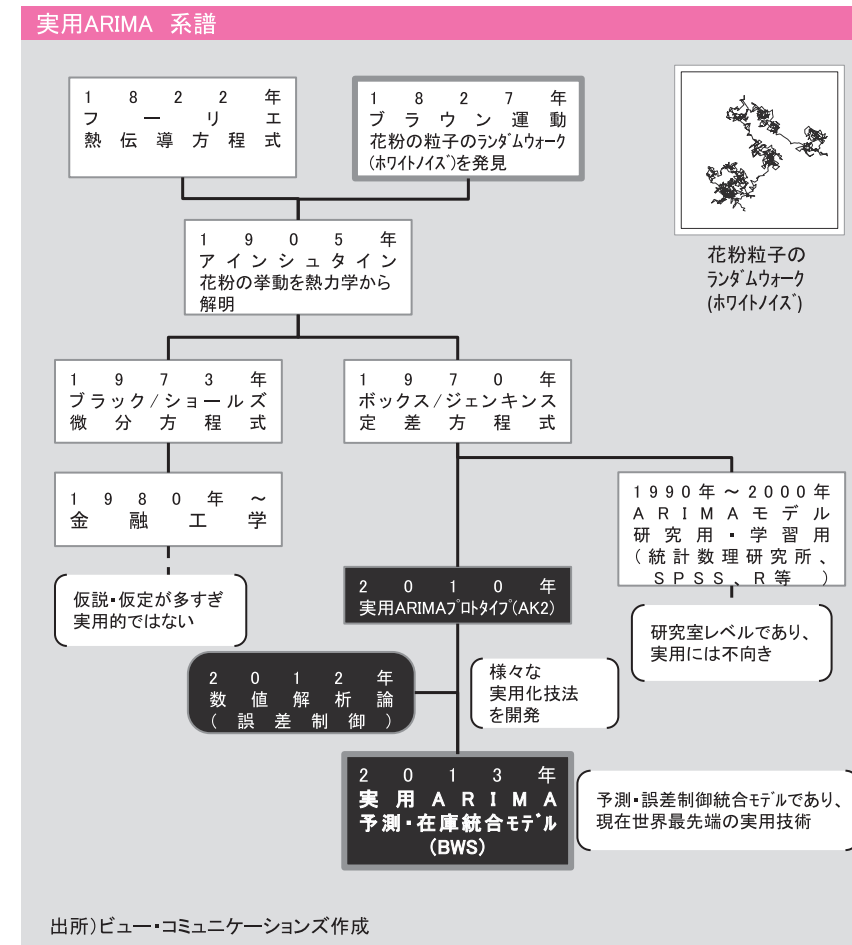
(2) ブラウン運動から実用ARIMAへ

[図表II-2]の流れにあるように、実用ARIMAは単なる予測理論ではありません。時系列データに内在するホワイトノイズ(ランダムウォーク)や周期誤差を析出し制御しようとする予測・誤差制御統合理論と位置づけられるものです。

※ブラウン運動(ホワイトノイズ、ランダムウォーク)を端緒とするブラック・ショールズ方程式とARIMAモデルの違いについては後述参照。

(注) 実用のために、原データ標準処理、適正予測頻度・量、異常値処理法、トレンド・循環処理法の適正選択、厳密最尤法の推定精度、単位根検定の緩和、予測精度検証法、モデル選択基準、接近計算切断、誤差制御方式、在庫理論修正etc. 既存のARIMA理論に、様々な点で大幅な修正、改善を加える必要がありました。(説明はかなり専門的になるので、省略します。)

[図表II-2]



1. 波の方程式

(1) 現実の波 (ex. 販売量の変動、[図表Ⅱ-3]) を観測すると、振幅・周期が安定せず、時々刻々変化しています。このような波の性質 (時間の流れに対する変動の性質) を過去の実績値 (時系列データ) より数学的に解明しようとするものです。注意点としては、「原因 (販売を説明する多くの要因) から考えずに、結果 (時系列実績値) を追いかける」という点です。

まずは、波 (変動) を短期波と中長期波に分けて考えます。短期波は時間の経過に対し規則的に変動する部分 (自己回帰成分) と時間の経過に対し不規則に変動する部分 (ホワイトノイズ (誤差項) の移動平均成分) から成ると考えます。[図表Ⅱ-4]

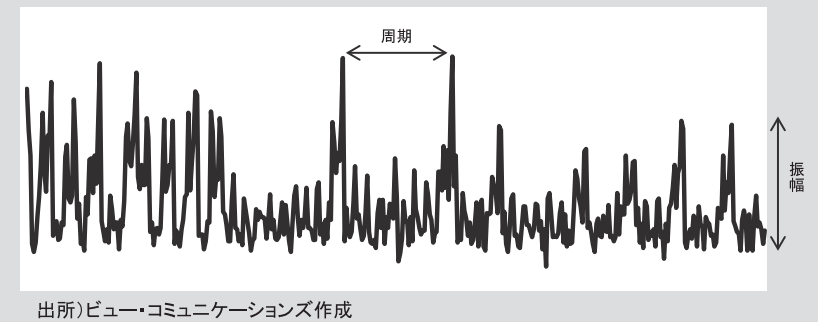
中長期波は長期趨勢的な傾向 (トレンド成分) と季節変動・景気循環などの循環成分からなると考えます。[図表Ⅱ-5]

現実の波は、短期波と中長期波が合成されて出来ていると考えることとなります。

これらを明示的な式に示すと[図式Ⅱ-1]となります。

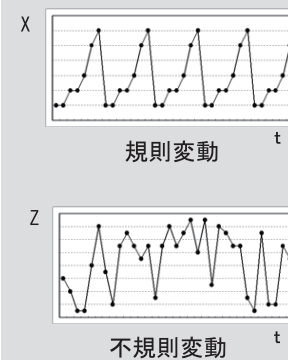
[図表Ⅱ-3]

実際の販売変動 (日次データ)



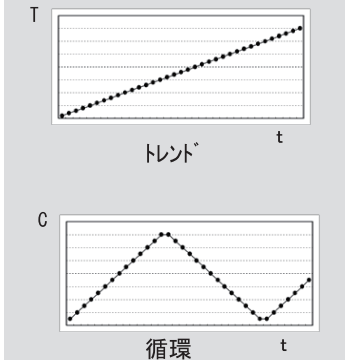
[図表Ⅱ-4]

短期波の構成



[図表Ⅱ-5]

中長期波の構成



[図式Ⅱ-1]

波の構成式 (加法型)

$$X = T + C + \underbrace{X + Z}_{\text{ARMAモデル}}$$

変動量 トレンド成分 循環成分 自己回帰成分 ホワイトノイズ (誤差項)

$$x_t = \phi_1 x_{t-1} + \phi_2 x_{t-2} + \dots + \phi_p x_{t-p} + \theta_1 z_{t-1} + \theta_2 z_{t-2} + \dots + \theta_q z_{t-q}$$

出所) ビュー・コミュニケーションズ作成

(2) 短期波(規則、不規則成分)

短期波の方程式を求めるには、短期変動を表わす過去の時系列データ(ex. 製品xのt週にわたる週次販売データ)が与えられるとして、[図式II-2]におけるパラメータ($\psi_1 \cdots \psi_p, \theta_1 \cdots \theta_q$)とホワイトノイズ分散値(Z_t の分散値)を推定する問題を解くこととなります。そのプロセスは少し難しいですが(大学院修士課程レベル イノベーションアルゴリズムと最尤法参照)、各種教科書が出版されているので興味のある方はチャレンジしてみてください。

尚、短期波の方程式は原データからトレンド、循環成分を除いた規則・不規則成分に関する方程式で、ARIMAモデルと言い、これを用いて予測が行われます。

(3) 中長期波

①まずは最もベーシックなボックス・ジェンキンスによる中長期波の処理について説明します。それは、原データ系列の差分(階差)をとる方法です[図表II-6]。差分系列を作る意味は原系列からトレンド・循環成分を除去するためです。

差分系列(短期波に対応)に対し、ARIMAを用いて予測を行い、その後には和分(差分前の原データ値に予測値を加える)し、原データ系列の予測値とします。また、差分のとり方は種々にありますが(ex. 週次差分、12ヶ月差分etc.)、業界、業態、対象データ種類によりおおよそ決められます。この方法は取扱いが簡便で優れた方法ではありませんが、実務上適合しない場合もあります。

[図式II-2]

短期波の方程式 (ARIMAモデル)

$$x_t = \overbrace{\varphi_1 x_{t-1} + \cdots + \varphi_p x_{t-p}}^{(A)} + \overbrace{z_t + \theta_1 z_{t-1} + \cdots + \theta_q z_{t-q}}^{(B)}$$

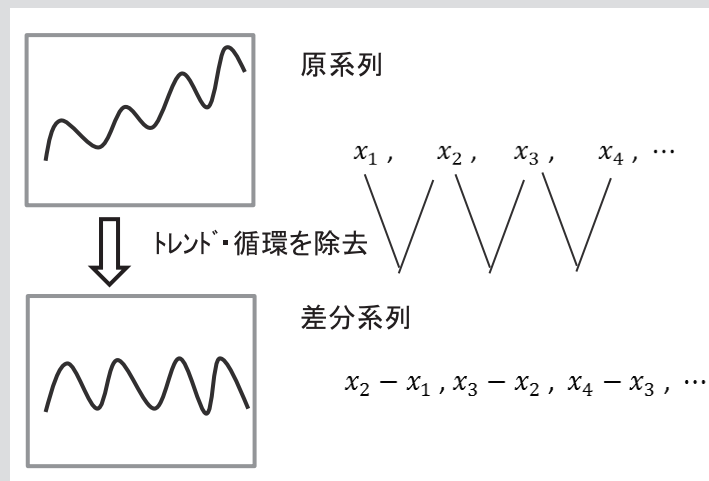
(A)の部分は、時間に対する規則性を扱うもので、AR(自己回帰)と言われます。

(B)の部分は、時間に対し不規則に変動する z_t (ホワイトノイズ、誤差項、etc.)を構成要素として表現されており、MA(誤差項の移動平均)と言われます。

出所)ビュー・コミュニケーションズ作成

[図表II-6]

差分系列



出所)ビュー・コミュニケーションズ作成

②中長期波そのものを予測する

差分系列(短期波)がホワイトノイズとなっており、実質的に予測不能(短期予測の失敗)となる場合が生じます。

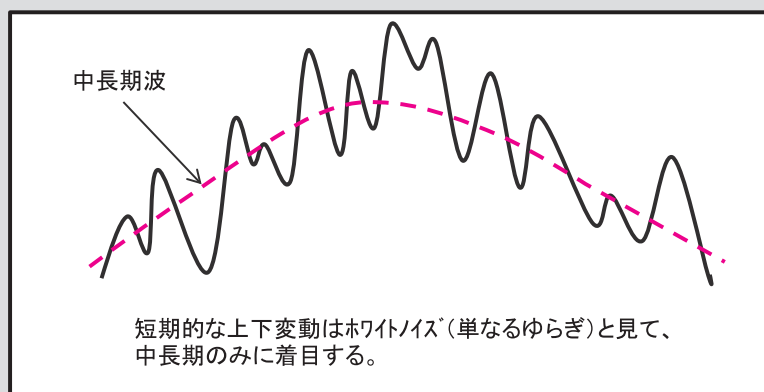
この場合は、短期波の予測をあきらめ、中長期波のみを予測しようということになります。[図表Ⅱ-7]

中長期波を表わす種々の移動平均系列を作り、それぞれに対しARIMA予測を行い、どの系列が最適か判定します。(中長期波では振幅誤差は小さく、周期誤差が大きい傾向があるので、中長期波の周期推定をしているとも言えます)。

中長期波を表わす関数(ex.ライフサイクルカーブ、ロジスティックカーブ)が事前に十分知られている場合には、これらの関数を推定し組み込むことがあります。(一般には推定誤差が大きいので予測モデルとして扱うのは不向きな場合が多い)。

[図表Ⅱ-7]

中期波の推定



出所)ビュー・コミュニケーションズ作成

(4)数多く存在する波の方程式

以上のように、ARIMAモデルは中長期波(トレンド・循環成分)と短期波(規則・不規則成分)から成り、原データ系列の種類(年次、月次、週次、日次データ等)により、構築可能なモデルは膨大な数(数百通り)にのぼります。[図表Ⅱ-8]

かつてのARIMAモデルは、専門家(モデリング経験をかなり積んだ)がいなければ、モデル構築と選択が出来ませんでした。

実用ARIMAでは、誤差制御の最適化(ex.在庫最小化)より、数百モデルの中から最も望ましいモデルが1つ自動的に選択されよう設計されています(詳細は後述)。

[図表Ⅱ-8]

モデル選択枝

時間関係性モデルパターン(50種)		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	1.0	1.1	1.2	6.5	6.6	7.0
中長期波モデルパターン(18種)	D12													
	D12D1													
	D1													
	D1D1													
	√・D12													
	√・D12D1													
	√・D1													
	√・D1D1													
	log・D12													
	log・D12D1													
	log・D1													
	log・D1D1													
	3mMA													
	6mMA													
	12mMA													
	18mMA													
	24mMA													
	36mMA													

注)時間関係性(現在と過去何期前まで関係性があるか)パターンと中長期パターンの組合せで、このケースでは900(50×18)通りのモデルが構築可能です。
この中からベストなモデルが1つ選択されることになります。

出所)ビュー・コミュニケーションズ作成

2. ホワイトノイズと予測誤差

実用ARIMA最大の特徴は、実際の変動の中にどれくらいホワイトノイズ(Z_t 、誤差項、ランダムウォーク)が含まれているか明らかにしている点にあると言ってよいでしょう。[図表Ⅱ-9]

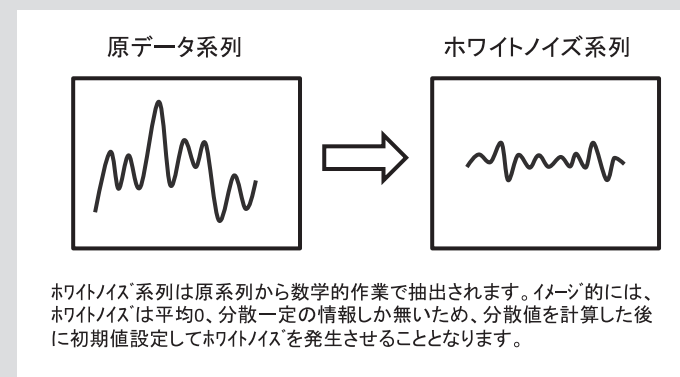
ホワイトノイズは平均0、分散一定の不規則な変動ですから、この存在が予測誤差を発生させる原因となっているのです。そこでこの誤差をどう扱う(制御する)かが重要となります(制御方法は後述)。

お気づきかもしれませんが、予測販売量(納品量、生産量)と実際販売量との差は予測誤差であり純粋在庫でもあります(Ⅰ-2-(2)参照)このことから在庫コントロールの鍵は誤差制御にありということになります。

実用ARIMAでは、このホワイトノイズに注記波の周期誤差も加えた誤差制御が行われます。

[図表Ⅱ-9]

原系列とホワイトノイズ系列



出所)ビュー・コミュニケーションズ作成

3. 誤差制御の方法と効果

(1) 前節で、誤差制御の最適化(ex. 在庫最小化)よりベストな予測モデルが選択されると述べました。制御の基本ロジックは、予測誤差が発生した時、それを放置するのではなく、埋め合わせ(調整)をするということです。

[図表II-10]における誤差調整は予測値に加減され納品量、生産量を与えるものです(多く予測すると減らす、少なく予測すると増やす)。このケースは納品・生産リードタイムが1の場合ですが、リードタイムが長くなると、その分だけ調整が遅れる形となります。

(2) このような予測誤差調整の結果、平均在庫は近似的に初期在庫の D_0 になります。

($\sum e \div 0$ 、ホワイトノイズの平均=0に対応)

ここで、実務上しばしば登場する「欠品させない」という条件を与えてやると、初期在庫 D_0 =誤差 e の最小値の絶対値となります。この値のことを理論安全在庫といいます。[図式II-3]

誤差制御を組み込むと、「予測誤差がマイナスで最も小さい値が平均在庫になる」という結論が導かれ、実用ARIMAの重要な公式となっています。

[図表II-10]

誤差調整と在庫

時点	販売量	予測量	予測誤差	誤差調整	納品量・生産量	在庫量
1	x_1	$\hat{x}_1$	e_1		$\hat{x}_1$	$D_0 + e_1$
2	x_2	$\hat{x}_2$	e_2	$-e_1$	$\hat{x}_2 - e_1$	$D_0 + e_2$
3	x_3	$\hat{x}_3$	e_3	$-e_2$	$\hat{x}_3 - e_2$	$D_0 + e_3$
4	x_4	$\hat{x}_4$	e_4	$-e_3$	$\hat{x}_4 - e_3$	$D_0 + e_4$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
n	x_n	$\hat{x}_n$	e_n	$-e_{n-1}$	$\hat{x}_n - e_{n-1}$	$D_0 + e_n$
						平均在庫 $\bar{D} = D_0 + \frac{1}{n} \sum e$
						$\frac{1}{n} \sum e$ は十分に小さな値なので近似的に $\bar{D} = D_0$

出所)ビュー・コミュニケーションズ作成

[図式II-3]

欠品0と安全在庫

欠品0条件 $\rightarrow D_0 + e_i > 0$ (在庫がマイナスにならない) $\rightarrow D_0 \geq |\text{Min } e_i|$

出所)ビュー・コミュニケーションズ作成

(3) 伝統的理論との比較

従来の理論[図式Ⅱ-4]に従うと、 σd の部分を主観的過去最大販売量と置く場合が多く見られてきました。

仮りに予測がある程度はまっていますが、たまに大きくズレると予測そのものを信用しなくなり、過去に販売した中で最大のものを在庫として用意しておけば安全・安心だと思えるようになるからだと思います。

話を簡単にするため、安全性マージンを考えず、リードタイムも1とします。従来の適正在庫は最大販売量となります。一方、実用ARIMAでは、適正在庫(=平均在庫=安全在庫)は最大誤差(誤差の最小値の絶対値)となります。(最大)販売量>(最大)誤差より、実用ARIMA予測誤差制御法は在庫を従来よりも大きく引き下げることが示されます。

(4) 実用ARIMAの誤差制御の基本は、以上のような内容です。実務的には、様々な条件(リードタイム、生産制約、納品・生産誤差調整、……)が加えられて制御ロジックがくまれることとなります。その結果、現状在庫の水準を大きく引下げることがあったことは、多くの実証実験で示してきた通りです。

キーポイントを再度示しておく[図表Ⅱ-11]のように販売量に対応した在庫を持つか誤差に対応した在庫を持つかが、在庫引下げ、の分岐点であったと言えます。

[図式Ⅱ-4]

伝統的適正在庫理論

$$D = k \cdot \sigma d \cdot \sqrt{L}$$

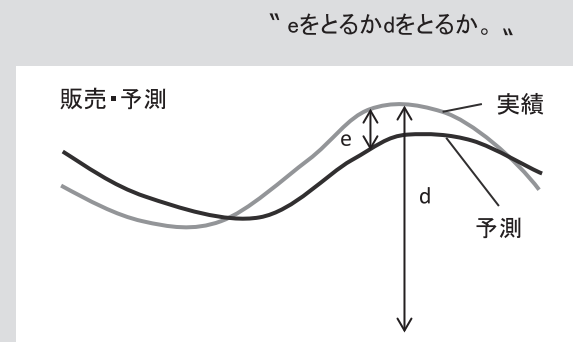
D: 適正在庫
k: 安全性マージン
 σ : 需要の標準偏差
d: 平均需要量
L: リードタイム

尚、 σd の部分は通常 $d + \alpha \cdot \sigma$ (α は任意の定数)と置き換えることが多い

出所)ビュー・コミュニケーションズ作成

[図表Ⅱ-11]

在庫大幅削減の根拠(イメージ)



4. ARIMA補論

(1) ブラウン運動、ブラックショールズ、ARIMAモデルの関係性
 ブラウン運動は、今日では一般ウィナーの仮定として[図式Ⅱ-5]にあるように定式化されています。これを微分方程式として扱うか定差方程式として扱うかで、ブラックショールズ方程式とARIMAモデルが分岐したとも言えます。そして、ホワイトノイズ(W・N)を陽表的に扱うARIMAモデルの方が、実務により適合すると言えます。

(2) イノベーションアルゴリズムと最尤法

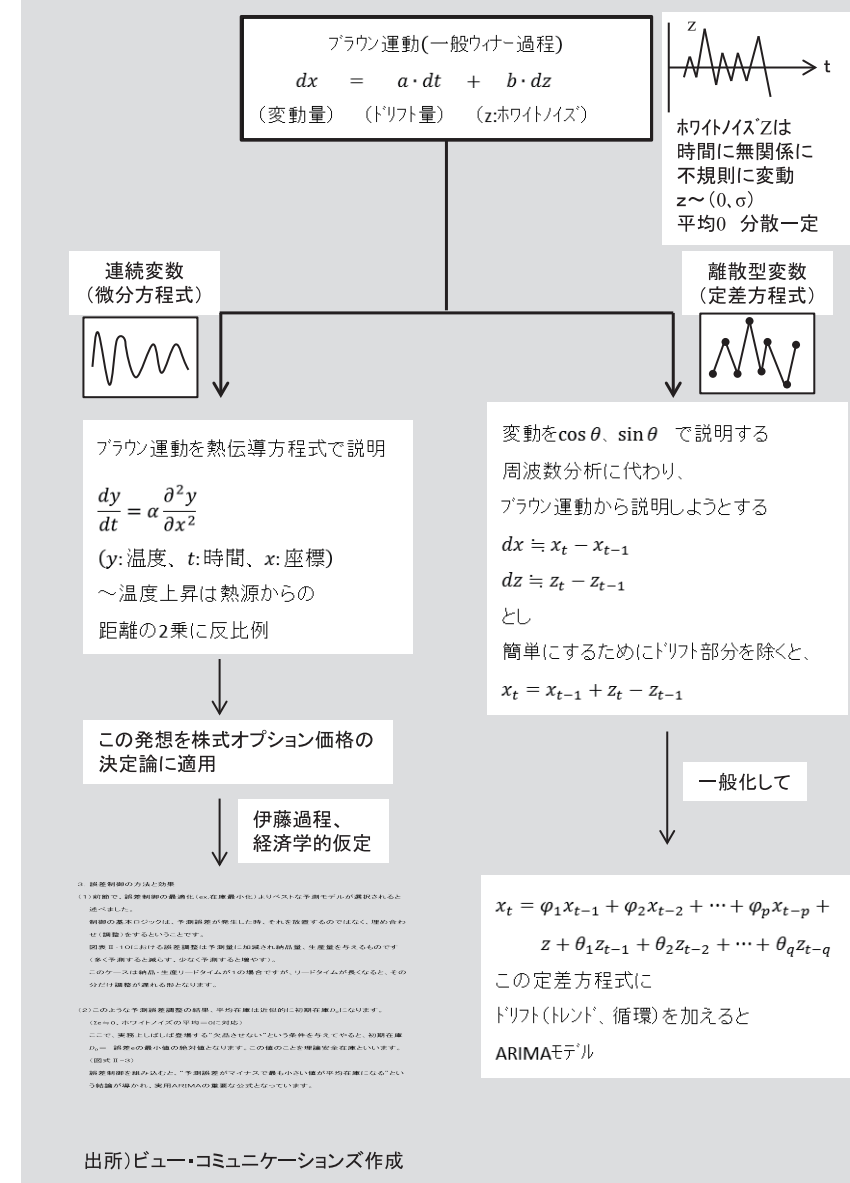
イノベーションとはホワイトノイズを原因とする予測誤差を表わしており、イノベーション平均2乗誤差(W・Nの分散値一定に対応)を求めることが大切です。

これを省略する簡便推定法を用いるケースも多いですが、これまで何度も述べてきたW・Nを明らかにすることが重要という観点からはおすすめできない方法と言えます。

そこでやや難しいですが、[図式Ⅱ-6]のような方法でパラメータ推定とモデル構築を行うことになります。

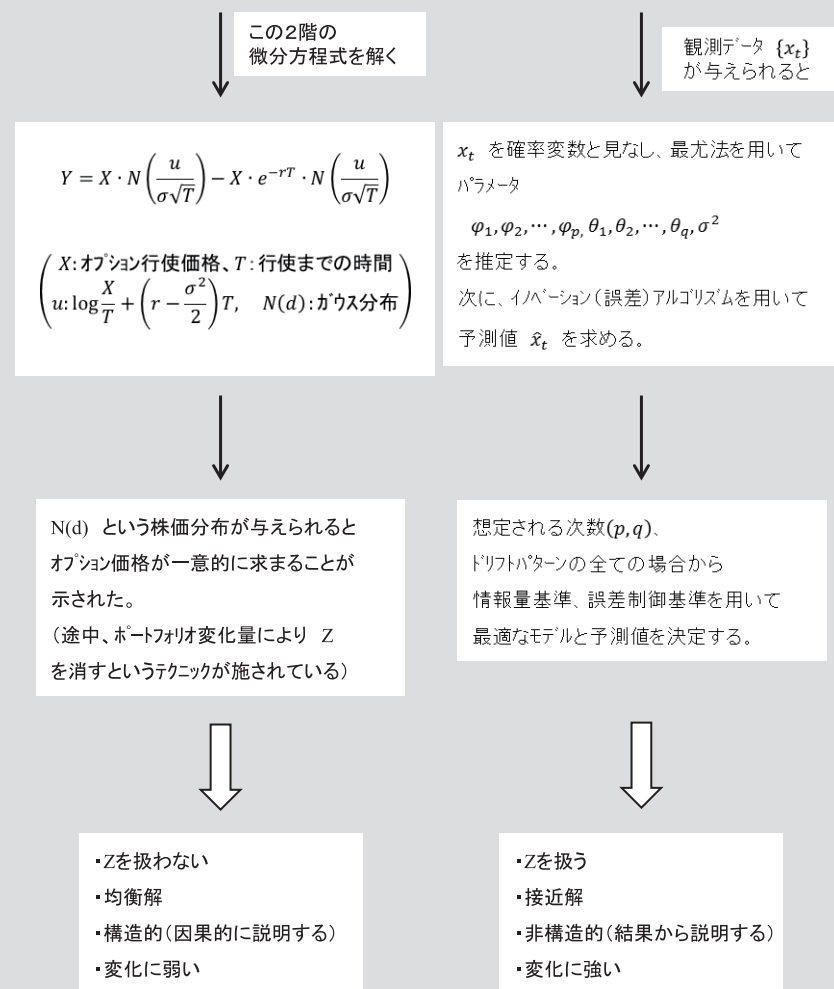
[図式Ⅱ-5]

ブラウン運動・ブラックショールズ・ARIMAの関係性



[図式Ⅱ-5 つづき]

ブラウン運動・ブラックショールズ・ARIMAの関連性



出所)ビュー・コミュニケーションズ作成

[図式Ⅱ-6]

イノベーションアルゴリズムと最尤法

観測データ $\{x_t\}$ が与えられたとき、 $x_t = \varphi_1 x_{t-1} + \dots + \varphi_p x_{t-p} + z_t + \theta_1 z_{t-1} + \dots + \theta_q z_{t-q}$ におけるパラメータ推定は、
 イノベーションアルゴリズムを用いて、DFP法(最尤推定法の1つ)により接近解を求める方法による。

・ベクトル $\theta = (\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_p, \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q, \sigma^2)$ とすると、標本Nからなる尤度関数
 $\ln(x_t, \theta)$ の最大尤度($-2 \ln L$ の最小)
 となる θ を求める。

・イノベーションアルゴリズムの概要(イノベーションとは予測誤差を表す)

$$\text{イノベーション係数 } \theta_{jk} \text{ は、} \hat{x}_{j+1} = \sum_{k=1}^j \theta_{jk} (x_{j+1-k} - \hat{x}_{j+1-k})$$

k_{ij} は $\psi_i = \theta_i + \sum_{j=1}^{\max(p,i)} \varphi_j \psi_{i-j}$ 及び共分散 γ で定義される。

$$k_{ij} = \begin{cases} -\sum_{k=0}^p \varphi_k \gamma_{k-|i-j|} \\ \sum_{k=|i-j|}^q \theta_k \gamma_{k-|i-j|} \end{cases}$$

これらより、イノベーション平均2乗誤差 $r_i = k_{ij} - \sum_{k=1}^{(i,m)} \theta_{jk}^2 r_{i-k}$ となる。

一方、 $-2 \ln L = \{\ln(2\pi\sigma^2) + 1\}n + \ln R$, $\ln R = \sum_{i=0}^{n-1} \ln r_i$ 故、 $-2 \ln L$ が
 定まることとなる。

・DFP法(修正Newton-Raphson法)

$$\text{勾配ベクトル } g = \left(\frac{\partial(-2 \ln L)}{\partial \varphi_1}, \dots, \frac{\partial(-2 \ln L)}{\partial \varphi_p}, \frac{\partial(-2 \ln L)}{\partial \theta_1}, \dots, \frac{\partial(-2 \ln L)}{\partial \theta_q} \right) \text{ を用いて、}$$

$-2 \ln L$ の最小値計算をする。

$(p+q)$ 次の単位行列A, 探索端点 $S_i (i = 0 \sim 4)$, 推定精度 $\Delta = 10^{-7}$

$\theta^{k+1} = \theta^k + A^k \cdot g \cdot S_i$ より端点を区切る探索接近計算を $\Delta = 10^{-7}$ まで繰り返す。

注) この部分の解説はかなり専門的なので省略可です。ただし、イノベーション平均2乗誤差
 (ホワイトノイズ分散値) 計算が要となっている点に注意して下さい。

出所)ビュー・コミュニケーションズ作成

(3) 変化への追従(波の性質をたえず解析)

時系列データで観察・解析される波の性質(トレンド・循環/規則/不規則成分の数学的関係)は、期間の変遷により絶えず変化します。実用ARIMAモデルの適用に際しては、この変化に絶えず追従するために、[図表Ⅱ-12]のような逐次更新予測を行います。

例えば、過去70日データを用いて将来7日間を予測しようとする場合には、使用データ期間を7日ずつずらして毎回予測を行います。

そのため、各データ期間の予測モデルは毎回異なる式が与えられることとなります(データ構造の変化を絶えずトレースします。)

尚、実用ARIMAモデルは短・中期予測ですので、使用データ期間(T)と予測期間(t)の関係は次のようになります。

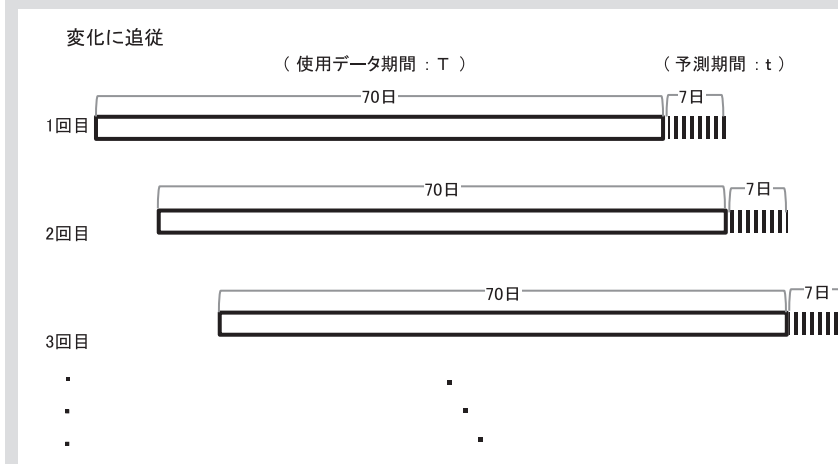
$$t = 0.1 \sim 0.2 \times T$$

一般に予測可能量は使用データ量の1~2割が妥当なところです。

(参考)例えば、100年のデータを用いて50年予測するのは時系列解析の立場からは是認することが困難と言って良いでしょう。

[図表Ⅱ-12]

逐次更新予測



出所)ビュー・コミュニケーションズ作成

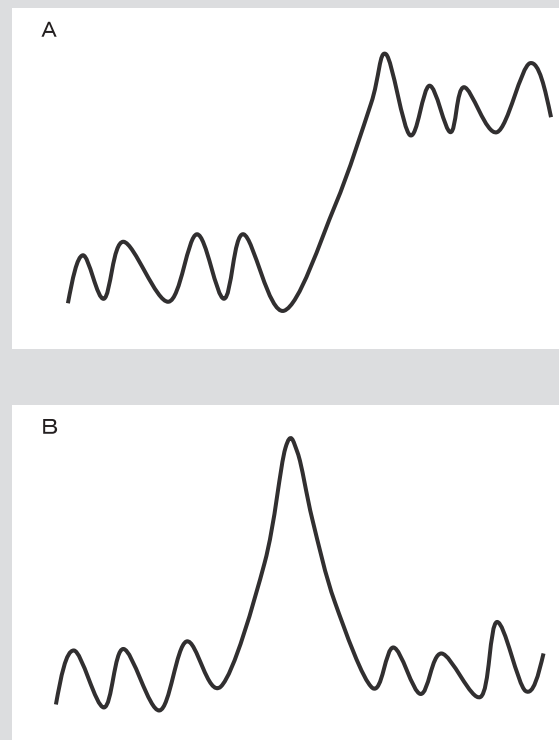
(4) 構造的ショックへの対応

図Aのように、ある種の地殻変動が時系列データに生じる場合があります(ex. 大災害、大きな制度変更、画期的新製品の登場、大きな経済ショック、etc.)。

このような時には、異常値検知とともに、特殊ARIMAモデルを適用する場合がありますが、図Bのような一時的ショックであれば、ARIMAモデルを変更する必要はありません。過小予測、過大予測が短期間で相殺されるからです。

[図表Ⅱ-13]

構造的ショック



出所)ビュー・コミュニケーションズ作成